|  |
| --- |
|  |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | |  | | МИНОБРНАУКИ РОССИИ | | Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  высшего образования  **«МИРЭА – Российский технологический университет»**  **РТУ МИРЭА**  **Филиал РТУ МИРЭА в г. Ставрополе** | | | |

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**к практическим занятиям и самостоятельной работе**

**по дисциплине «Современные пространственные конструкции»**

для студентов направления подготовки 08.03.01 «Строительство»

Квалификация:бакалавр

Ставрополь

Методические указания составлены в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования для студентов направления подготовки 08.03.01. Строительство.

Составители: Тертица С.В.

Содержание

[**Практическое занятие № 1. Подбор и проверка сечения трехслойной плиты покрытия с обшивками из плоских асбестоцементных листов** 5](#_Toc482366499)

[**Практическое занятие № 2. Подбор и проверки сечения трехслойной плиты покрытия с обшивками из гофрированных алюминиевых листов** 11](#_Toc482366500)

[**Практическое занятие №3. Компоновка и подбор сечения балки с гибкой стенкой** 17](#_Toc482366501)

[**Практическое занятие №4. Проверки прочности, устойчивости и деформативности балки с гибкой стенкой** 24](#_Toc482366502)

[**Практическое занятие №5. Компоновка и подбор сечения балки с гофрированной стенкой** 32](#_Toc482366503)

[**Практическое занятие №6. Проверки прочности, устойчивости и деформативности балки с гофрированной стенкой** 38](#_Toc482366504)

[**Практическое занятие №7. Подбор и проверка сечений элементов стропильной фермы из цилиндрических труб** 45](#_Toc482366505)

[**Практическое занятие №8. Подбор и проверка сечений элементов стропильной фермы из гнутосварных профилей** 56](#_Toc482366506)

[**Практическое занятие № 9. Расчет однопролетного троса с точками подвеса в одном уровне** 65](#_Toc482366507)

**Практическое занятие № 1. Подбор и проверка сечения трехслойной плиты покрытия с обшивками из плоских асбестоцементных листов**

**интерактивное занятие – работа в малых группах**

**Теоретическая часть**

Расчет трехслойной плиты покрытия с обшивками из плоских асбестоцементных листов выполняют на изгиб с учетом особенности работы обшивок и среднего слоя (см. рисунок 1).

*l*

*q*

*а)*

*б)*

*М*

*Q*

*h*

*h0*

*t*

*t*

*1*

*2*

*3*

*σc*

*σp*

*Nc*

*Np*

*М*

*Q*

*τcк*

Рисунок 1 – Схема работы плиты: а – расчетная схема; б – работа обшивок и среднего слоя плиты; 1 – асбестоцементная верхняя обшивка;   
2 – асбестоцементная нижняя обшивка; 3 – средний слой из пенопласта

Геометрические характеристики сечения плиты, с достаточной точностью, можно найти по формулам

– момент инерции *Jx=b·t·h0/2*, (1)

– момент сопротивления *Wx=b·t·h0*, (2)

– статический момент *Sx= b·t·h0/2*, (3)

где: *b* – ширина плиты;

*t* – толщина обшивки;

*h0*– расстояние между осями обшивок.

Проверки прочности выполняют:

– по нормальным напряжениям в обшивках от изгибающего момента

, (4)

. (5)

– по касательным напряжениям в среднем слое от поперечной силы

, (6)

где: *М* – расчетный изгибающий момент, кН·м; , здесь *l*– расчетный пролет плиты, м; *q* – расчетная погонная равномерно распределенная нагрузка на плиту, кН/м;

Q– расчетная поперечная сила, кН; ;

*Rc* – расчетное сопротивление сжатию материала обшивки, кН/см2;

*Rр* – расчетное сопротивление растяжению материала обшивки, кН/см2;

*σс* – нормальное напряжение в сжатой обшивке, кН/см2;

*σр* – нормальное напряжение в растянутой обшивке, кН/см2;

*τ* – касательное напряжение в среднем слое, кН/см2;

*Rск* – расчетное сопротивление скалыванию материала среднего слоя, кН/см2.

Требуемую высоту плиты между осями обшивок можно найти из условия прочности работы среднего слоя на скалывание по формуле

 (7)

Проверку плиты на прогиб от нормативной нагрузки выполняют с учетом коэффициента сдвиговой податливости среднего слоя. Относительный прогиб плиты:

, (8)

где: *qn* – нормативная погонная равномерно распределенная нагрузка на плиту, кН/см;

*l* – расчетный пролет плиты, см;

*Е* – модуль упругости материала обшивок, кН/см2;

 – нормируемая величина относительного прогиба определяется по таблице 1;

*К* – коэффициент сдвиговой податливости материала среднего слоя (утеплителя)

, (9)

где *G* – модуль сдвига материала среднего слоя (утеплителя), кН/см2.

Таблица 1 – Относительные предельные прогибы плит, балок (отвечающие эстетико-психологическим требованиям)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пролет*l*, м | ≤1 | 3 | 6 | 24 (12) | 36 (24) |
| Относительный прогиб |  |  |  |  |  |

При промежуточных значениях пролетов величины прогибов принимаются по линейной интерполяции. Значения, указанные в скобках, следует принимать при расстоянии от низа рассчитываемых конструкций до пола помещения не более 6 метров (следует учитывать, если в условиях задачи оговаривается отметка низа рассчитываемой конструкции).

Рассмотрим расчет плиты на примере

**Пример 1.1**

Подобрать и проверить сечение сплошной трехслойной плиты покрытия с обшивками из плоских асбестоцементных листов и среднего слоя из пенопласта (см. рисунок 2). Размеры плиты в плане: длина *L*=2,95 м, ширина *b*=1м. Плита опирается концами на основные несущие конструкции покрытия. На плиту нормально к ее поверхности действуют равномерные нагрузки от собственного веса и веса снега следующих величин: нормативная *gn*=2,0 кН/м2, расчетная *g*=3,0 кН/м2. Равномерно распределенная погонная нагрузка на плиту:

– нормативная*qn*=*gn·b*=2,0·1=2,0 кН/м;

– расчетная*q*=*g·b*=3,0·1=3,0 кН/м.

*b*

*3*

*2*

*1*

*4*

*t*

*t*

*4*

*h0*

*h*

*t*

Рисунок 2 – Сечении трехслойной плиты покрытия с асбестоцементными обшивками: 1 – верхняя обшивка; 2 – нижняя обшивка; 3 – средний слой (пенопласт); 4 – обрамляющие бруски

Решение

Принимаем расчетную схему плиты в виде однопролетной шарнирноопертой балки (см. рисунок 3).

*l*

*q*

*М*

Q

Q*max*

Q*max*

*Mmax*

Рисунок 3 – Расчетная схема плиты и эпюры внутренних усилий *M* и Q

Находим расчетный пролет плиты *l*= *L*-0,05 = 2,95-0,05 = 2,9 м.

Выполняем статический расчет. Находим внутренние усилия *Mmax* и Q*max*.

*Mmax* = кН·м; Q*max*.=кН.

Для обшивок плиты принимаем: плоские асбестоцементные листы марки М 250 с толщиной t=10 мм = 1 см; расчетное сопротивление асбестоцементных листов растяжению *Rp*=4,2 МПа=0,42 кН/см2; модуль упругости E = 6250 МПа=625 кН/см2.

Для среднего слоя принимаем: пенопласт пенополиуретан марки ППУ–60 с плотностью ρ=60 кг/м3, расчетное сопротивление скалыванию Rск= 0,025 МПа = 0,0025 кН/см2, модуль сдвига G= 7 МПа = 0,7 кН/см2.

Определяем требуемую высоту сечения плиты между осями обшивок по формуле (7)

см.

Принимаем плиту с общей высотой сечения h=19,0 см и *h0*=*h-t*=19-1=18 cм >*ho,тр*=17,4 см.

Находим геометрические характеристики сечения плиты по формулам (1)–(3):

 см4;

 см3;

 см3.

Выполняем проверки прочности (по первой группе предельных состояний):

– растягивающие напряжения в нижней обшивке по формуле (5)

 кН/см2<Rp =0,42 кН/см2;

– касательные напряжения в среднем слое по формуле (6)

 кН/см2<Rск =0,0025 кН/см2;

Проверяем прогиб плиты (по второй группе предельных состояний от действия нормативных нагрузок) с учетом коэффициента сдвиговой податливости среднего пенопластового слоя по формулам (8), (9).



.

Проверку сжимающих напряжений в верхней обшивке по формуле(4) не выполняем, т.к. расчетное сопротивление асбестоцементных листов сжатию выше, чем растяжению.

**Задания к практическому занятию №1**

Задание 1.

Подобрать и проверить сечение однопролетной сплошной трехслойной плиты покрытия с обшивками из плоских асбестоцементных листов и среднего слоя из пенопласта. Смотри рис 2,3.Исходные данные взять из таблицы 2.

Таблица 2 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  варианта | Исходные данные | | | | | |
| Размеры плиты в плане | | Нагрузка на плиту, кН/м | | материал обшивок; t;Rp;E; МПа | материал среднего слоя; ρ;кг/м3; Rск; G, МПа |
| длина L, м | ширина b, м | нормативная *qn* | расчет- ная*q* |
| 1 | 2,5 | 1,0 | 1,2 | 1,8 | асбестоцементные листы М250; t=10мм; Rp=4,2 МПа; Е=6250 МПа | пенопласт марки ППУ; ρ=60 кг/м3, Rск=0,025 МПа; G=7МПа. |
| 2 | 2,8 | 1,0 | 1,4 | 2,0 | то же | пенопласт марки ПСБ; ρ=40 кг/м3, Rск=0,035 МПа; G=5МПа. |
| 3 | 3,0 | 1,0 | 1,7 | 2,5 | то же | пенопласт марки ПСБ ρ=60 кг/м3, Rск=0,08 МПа; G=10 МПа. |

Задание 2.

Определить относительный предельный прогиб плиты, используя таблицу 1.

**Вопросы для самостоятельной работы к практическому занятию №1**

1. Какие напряжения воспринимают обшивки плиты и почему?
2. Какое напряжение воспринимается средним слоем и почему?
3. Как распределяются нормальные напряжения по толщине обшивок?
4. По каким группам предельных состояний рассчитываются плиты? Назовите их.
5. Назовите проверки которые необходимо выполнить для плиты.
6. Какой коэффициент необходимо учитывать при проверке плиты на прогиб?

**Практическое занятие № 2. Подбор и проверки сечения трехслойной плиты покрытия с обшивками из гофрированных алюминиевых листов**

**интерактивное занятие – работа в малых группах**

**Теоретическая часть**

Расчет трехслойной плиты покрытия с обшивками из гофрированных алюминиевых листов выполняют на изгиб (см. рисунок 1) с учетом дополнительных напряжений и прогибов, вызванных разницей между температурами наружного и внутреннего воздуха в помещениях в наиболее холодное и жаркое время года.

Определение геометрических характеристик сечения плиты и проверка прочности плиты по касательным напряжениям выполняются по формулам (1)–(3) и (6) (см. занятие №1).

Проверка прочности по нормальным напряжениям выполняется по формуле:

, (10)

где R – расчетное сопротивление материала обшивки растяжению, сжатию, изгибу.

Проверка плиты на полный прогиб с учетом сдвиговой податливости материала среднего слоя (утеплителя) и дополнительного прогиба от перепада температур между внутренней и внешней обшивками выполняется по формуле:

, (11)

где:  – прогиб плиты от нормативной погонной равномерно-распределенной нагрузки с учетом коэффициента сдвиговой податливости материала среднего слоя (утеплителя);

– прогиб плиты от перепада температур между внутренней и внешней обшивками.

Значение  определяют по формуле:

, (12)

здесь *K* – коэффициент сдвиговой податливости материала среднего слоя (утеплителя) .

Прогиб плиты от перепада температур:

, (13)

где: *α* – коэффициент линейного расширения материала обшивок плиты;

t1, t2 – соответственно температуры внутренней и наружной обшивок, 0С;

*l* – расчетный пролет плиты, см;

*h0* – расстояние между осями обшивок, см;

*[f]* – нормируемая величина прогиба плиты, , здесь  – нормируемая величина относительного прогиба, определяется по таблице 1.

Пример 2.1

Подобрать и проверить сечение сплошной трехслойной плиты покрытия с обшивками из гофрированных алюминиевых листов и среднего слоя из пенопласта (см. рисунок 4). Плита длиной *L*=2,95 м и шириной *b*=1 м опирается на прогоны покрытия. На плиту нормально к ее поверхности действуют равномерные нагрузки от собственного веса и веса снега следующих величин: нормативная gn=1,3 кН/м2 расчетная g=1,85 кН/м2.

Нормативная температура в помещении под плитой t1=+180C. Наружная температура зимой t2= -50C.

*1*

*2*

*3*

*4*

*4*

*h0*

*h*

*t*

*t*

Рисунок 4 – Сечение сплошной трехслойной плиты покрытия с обшивками из гофрированных алюминиевых листов: 1 – верхняя обшивка;   
2 – нижняя обшивка; 3 – средний слой (утеплитель); 4 – обрамляющие бруски

Решение.

Принимаем расчетную схему плиты в виде однопролетной шарнирно опертой балки (см. рисунок 5).

Находим расчетный пролет плиты *l*=*L*-0,05=2,95-0,05=2,9 м .

Равномерно-распределенная погонная нагрузка на плиту:

– нормативная qп=gп·b= 1,3·1=1,3 кН/м;

– расчетнаяq=g·b= 1,85·1=1,85 кН/м..

*l*

*q*

*М*

Q

Q*max*

Q*max*

*Mmax*

Рисунок 5 – Расчетная схема плиты и эпюры внутренних усилий *M* и Q

Выполняем статический расчет. Находим внутренние усилия –максимальный изгибающий момент *Mmax* и максимальную поперечную силу Q*max*от расчетной нагрузки

*Mmax* = кН·м;

Q*max*= кН.

Для обшивок плиты принимаем волнистые листы из алюминиевого сплава марки АМг2Н2 со следующими размерами: толщина листа *t*=1 мм, высота волны *bв*=5 мм, длина волны *lв*=30 мм, ширина полки *bп*=10 мм, угол наклона волны *α*=450, расчетное сопротивление алюминиевого сплава растяжению, сжатию, изгибу *R*=125 МПа=12,5 кН/см2, модуль упругости *E=*70000 МПа=7000кН/см2, коэффициент линейного расширения *α*=0,023.

Для среднего слоя (утеплителя) принимаем пенополиуретан марки ППУ-60: с плотность *ρ*=60 кг/м3; расчетным сопротивлением скалыванию *Rск*=0,025 МПа = 0,0025 кН/см2; модулем сдвига *G*=7 МПа=0,7 кН/см2..

Определяем требуемую высоту сечения плиты между осями обшивок по формуле (7) (см. практическое занятие №1).

 см

Принимаем *h0*=11 см и плиту с общей высотой сечения *h*=*h0*+*bв*=11+0,5=11,5 см.

Геометрические характеристики плиты находим по формулам(1)–(3):

*Jx=b·t·h02/2*=100·0,1·112/2=605 см4;

*Wx=b·t·h0*=100·0,1·11=110 см3;

*Sx= b·t·h0/2=*100·0,1·11/2=55 см3.

Выполняем проверки прочности (по первой группе предельных состояний):

– нормальные напряжения от изгиба в ошибках по формуле (10):

 кН/см2<R=12,5 кН/см2.

Учет дополнительных напряжений от температурных деформаций не требуется ввиду большогонедонапряжения обшивок

– касательные напряжения в среднем слое по формуле (6)

 кН/см2<*Rск*=0,0025 кН/см2.

Проверяем прогиб плиты (по второй группе предельных состояний от действия нормативных нагрузок) с учетом коэффициента сдвиговой податливости среднего пенопластового слоя и дополнительного прогиба от перепада температур между внутренней и внешней обшивками по формулам (11)–(13):



 см

 см

Полный прогиб плиты



По таблице 1

; см.

**Задания к практическому занятию №2**

Задание 1.

Подобрать и проверить сечение однопролетной сплошной трехслойной плиты покрытия с обшивками из гофрированных алюминиевых листов и среднего слоя из пенопласта (см. рисунок 4). Исходные данные взять из таблицы 3.

Таблица 3 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  варианта | Исходные данные | | | | | | | |
| Размеры плиты в плане | | Нагрузка на плиту, кН/м | | нормативная температура 0С | | материал обшивок; марка сплава; t; bв; lв; bп;α; R; E; МПа | материал среднего слоя; ρ, кг/м3; Rск; G, МПа |
| длина L, м | ширина b, м | нормативная *qn* | расчет-ная*q* | в помещении под плитой, t1 | нагруженная зимой, t2 |
| 1 | 3,0 | 1,0 | 1.2 | 1,8 | + 16 0С | -7 0С | алюминиевый сплав АМг2Н2; t=1мм; bв=5 мм; lв=30 мм; bп=10 мм; α=450; R=125 МПа; Е=70000 МП | пенопласт марки ПСБ; ρ=40 кг/м3, Rск=0,035 МПа; G=5 МПа. |
| 2 | 2,5 | 1,0 | 1,7 | 2,5 | + 18 0С | -10 0С | то же | пенопласт марки ПСБ; ρ=60 кг/м3, Rск=0,08 МПа; G=10 МПа. |
| 3 | 2,8 | 1,0 | 1,4 | 2,0 | + 20 0С | -5 0С | то же | пенопласт марки ППУ ρ=60 кг/м3, Rск=0,025 МПа; G=7 МПа. |

Задание 2.

Относительный предельный прогиб плиты определить по таблице 1.

**Вопросы для самостоятельной работы к практическому занятию №2**

1. От действия каких нагрузок выполняют проверки плиты по первой и второй группам предельных состояний?
2. Назовите проверки которые необходимо выполнить для плиты.
3. Как определяется полный прогиб плиты?
4. С учетом каких коэффициентов находятся составляющие полного прогиба плиты?

**Практическое занятие №3. Компоновка и подбор сечения балки с гибкой стенкой**

**Теоретическая часть**

Компоновку и подбор сечения балки с гибкой стенкой симметричного двутаврового сечения (см рисунок 6) и несущую статическую нагрузку рекомендуется выполнять в следующей последовательности.

Находят минимальную и оптимальную высоты балки.

Минимальную высоту балки отвечающую требованиям жесткости – ее предельному прогибу (второе предельное состояние) можно найти по формуле (2.30) [6]

, (14)

где: *σnf* – напряжение от общего изгиба в поясе, возникающего от действия заданной нормативной нагрузки (от которой разыскивается прогиб), кН/см2;

*l* – расчетный пролет балки, см;

*a*

*a*

*a*

*a*

*a1*

*b*

*b*

*a1*

*l*

*3*

*5*

*th*

*6*

*1*

*2*

*4*

*bh*

*tw*

*bef*

*bf*

*5*

*3*

*y*

*y*

*x*

*x*

*hw*

*h*

*tf*

*tf*

*1*

*1*

*1 – 1*

Рисунок 6 – Схема балки с гибкой стенкой симметричного двутаврового сечения: 1– верхний пояс; 2 – нижний пояс; 3 – стенка; 4 – торцевое опорное ребро; 5 – основное поперечное ребро жесткости; 6 – дополнительное двустороннее поперечное ребро жесткости

 – величина обратная предельному относительному прогибу. Нормированную величину относительного предельного прогиба см. таблицу 1;

*Е* – модуль упругости стали, *Е* = 2,06·105 МПа = 2,06·104 кН/см2;

*α* – коэффициент, учитывающий повышение деформативности балки за счет закритической работы стенки.

Для балок с основными поперечными ребрами в пролете коэффициент *α* можно найти по формуле

, (15)

где  – условная гибкость стенки.

Для балок, стенки которых укреплены только поперечными ребрами жесткости, условную гибкость стенки  можно принимать в пределах от =6 до =13.

Оптимальную высоту балки *hopt* с гибкой стенкой, которая приближается к значениям, определенным по условиям жесткости, можно принять в пределах

, (16)

где *l* – расчетный пролет балки, см.

Высоту стенки балки *hw*желательно принимать не меньше *hr,min*, возможно ближе к *hopt* и равной ширине листов листового проката (приложение 7, таблица 1.11 [10]).

Гибкость стенки определяется по формуле

, (17)

где *Ryw*– расчетное сопротивление стали стенки, кН/см2 (приложение 1, таблица 1.4 [10]).

Толщина стенки по формуле

. (18)

При назначении толщины стенки *tw* необходимо принимать ее в соответствии с толщинами листового проката (приложение 7, таблица 1.11 [10]). В несущих конструкциях *tw,min*=2…3 мм.

Чаще всего пояса балки принимают из листового проката. Ширину пояса принимают из условия обеспечения общей устойчивости балки

, (19)

где *lef,y*– расстояние между точками закрепления из плоскости балки.

Толщину пояса можно найти по формуле:

 (20)

где =(0,9…1)*hw*; γс=1;

 – расчетное сопротивление стали пояса балки, кН/см2.

Пример 3.1

Найти размеры и выполнить компоновку поперечного сечения стропильной балки покрытия, при следующих исходных данных: расчетный пролет балки *l*=18 м; тип сечения – симметричный сварной двутавр из листового проката с условной гибкостью стенки =10. Материал – сталь С345 с *Ry*= 335 МПа=33,5 кН/см2 при толщине листового проката *t*=2…10 мм; *Ry*= 315 МПа=31,5 кН/см2 при *t*=10…20 мм.

Приложение нагрузки, расчетную схему стропильной балки покрытия и эпюры внутренних усилий см. на рисунке 7. Величина расчетной сосредоточенной нагрузки *Р*=62,7 кН, нормативной нагрузки – Рn=49,5 кН. Нагрузка статическая. Верхний пояс раскреплен связями из плоскости изгиба балки через 1,5 м.

*l=18 м*

*М*

Q

*Р*

*Р*

*Р*

*Р*

*Р*

*Р/2*

*Р/2*

*3 м*

*3 м*

*3 м*

*3 м*

*3 м*

*3 м*

*470,25 кНм*

*725,4 кНм*

*846,45 кНм*

*611,4 кНм*

*156,75 кН*

*94,05 кН*

*31,35 кН*

Рисунок 7 – Расчетная схема стропильной балки покрытия и эпюры внутренних усилий *М* и Q

Решение

Находим минимальную высоту сечения балки по формуле (14) при  кН/см2 и  (см. таблицу 1); ; 

см.

Оптимальная высота балки по формуле (16)

см.

Принимаем hw=125 см (см. приложение 7. таблица 1.11 [10]).

Гибкость стенки 

Толщина стенки мм.

Принимаем мм (приложение 7, таблица 1.11 [10]).

Находим размеры сечения пояса балки:

– ширина пояса по формуле (19)

 см. принимаем *bf*=28 см по приложению 7, таблица 1.11 с учетом указанных в таблице примечаний [10];

– толщина пояса из условия обеспечения его местной устойчивости п.18.6 [4]

см;

толщина пояса по формуле (20) при *=0,9·hw*

см.

Принимаем *tf*=16 мм (приложение 7, таблица 1.11 [10]).

Размеры поперечного сечения пояса *bf*х *tf*=280х16 мм.

В местах приложения сосредоточенных сил (нагрузок) стенку балки укрепляем двусторонними ребрами жесткости (см. рисунок 6).

Размеры поперечных ребер жесткости:

ширина мм;

толщина мм.

Принимаем мм,  мм (см. приложение 7, таблица 1.11 [10]).

Дополнительное двустороннее ребро жесткости устанавливаем на расстоянии *b*=150 мм от опорного ребра, что отвечает требованиям п. 18.4 [4] ;  мм; .

*bef=277,5*

*bf=280*

*tw=5*

*bh=90*

*bh=90*

*y*

*y*

*140*

*140*

*hw=1250*

*h=1282*

*tf=16*

*tf=16*

*x*

*x*

Рисунок 8 – Поперечное сечение стропильной балки покрытия

**Задания к практическому занятию №3**

Задание 1.

Найти размеры и выполнить компоновку поперечного сечения стропильной балки покрытия с гибкой стенкой (см. рисунки 6, 7, 8). Исходные данные взять из таблицы 4.

Таблица 4 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | Исходные данные | | | | | | | | | | |
| Пролет балки, *l*, м | Сосредоточенная нагрузка на балку | | Число сосредоточения сил в пролете балки | Шаг прилож. сосредот. нагрузки, м | Условная гибкость стенки λw | Мат-л балки – сталь по ГОСТ 27772-88 | Ry при толщине листового проката t = 2…10 мм, МПа | Ry при толщине листового проката t св. 10 до 20 мм, МПа | Тип сечения балки | Расстояние между точками закрепления пояса из плоскости балки lef,y,м |
| Нормативная Рn, кН | Расчетная Р, кН |
| 1 | 18 | 43,9 | 54 | 5 | 3,0 | 10 | С275 | 270 | 260 | Симметричный св. двутавр из листового проката | 1,5 |
| 2 | 24 | 58,5 | 72 | 6 | 3,0 | 12 | С375 | 365 | 345 | 1,5 |
| 3 | 18 | 51,2 | 63 | 5 | 3,0 | 13 | С345 | 335 | 315 | 1,5 |
| 4 | 24 | 36,6 | 45 | 6 | 3,0 | 10 | С345 | 335 | 315 | 1,5 |

Задание 2.

По таблице 1 определить относительный предельный прогиб балки.

**Вопросы для самостоятельной работы к практическому занятию №3**

1. Каким требованиям должна отвечать минимальная высота балки?
2. Как рекомендуется принимать окончательную высоту сечения стенки балки?
3. Каким условиям должна отвечать принимаемая ширина сечения пояса балки?
4. Из каких условий можно найти толщину сечения пояса?

**Практическое занятие №4. Проверки прочности, устойчивости и деформативности балки с гибкой стенкой**

**Теоретическая часть**

Прочность разрезных балок симметричного двутаврового сечения, несущих статическую нагрузку, изгибаемых в плоскости стенки, укрепленной только поперечными ребрами жесткости (рисунок 6) с условной гибкостью стенки  проверяется по формуле:

, (21)

где: *M* и Q – значения момента и поперечной силы в рассматриваемом сечении балки;

*Mu* – предельное значение момента;

Q*u*– предельное значение поперечной силы.

; (22)

, (23)

где: *tw* и *hw* – толщина и высота стенки;

*Af*– площадь сечения пояса балки;

*τсr* и *µ* – критическое напряжение и отношение размеров отсеков стенки, определяемые в соответствии с п. 7.4\*[4];

*β* – коэффициент, вычисляемый по формулам:

при *α* ≤ 0,03 β=0,05+5*α* ≥ 0,15; (24)

при 0,03<*α*≤0,1 β=0,11+3*α* ≤0,40; (25)

, (26)

где: *Wmin* – минимальный момент сопротивления таврового сечения, состоящего из сжатого пояса балки и примыкающего к нему участка стенки высотой (относительно собственной оси тавра, параллельной поясу балки);

*a* – шаг ребер жесткости (см. рисунок 6).

; (27)

, (28)

где: *d* – меньшая из сторон пластинки отсека стенки (высота стенки – *hw* или расстояние между ребрами жесткости – *a* см. рисунок 6);

*µ* – отношение большей стороны пластинки отсека стенки к меньшей.

Прочность стенки на действие сосредоточенной силы (местное напряжение *σlос* в стенке) проверяется по формуле

, (29)

здесь ; *с*=3,25; .

Общая устойчивость балки проверяется по п. 5.15 [4]. Устойчивость балки не следует проверять при выполнении п. 5.16\**а* [4], либо при (где *bf* – ширина сжатого пояса).

Местная устойчивость сжатого пояса балки считается обеспеченной если

. (30)

Устойчивость основных двусторонних ребер жесткости из плоскости балки проверяется по формуле

, (31)

здесь . (32)

Значение *N* следует принимать не менее сосредоточенной нагрузки *Р*, расположенной над ребром.

Условную расчетную площадь поперечного сечения стержня находят по формуле (при двусторонних ребрах)

. (33)

Расчетную длину стержня следует принимать равной*lef=hw (1-β)*, но не менее 0,7*hw*. Коэффициент *β* вычисляется по формулам (24)–(26).

При определении прогиба балки момент инерции поперечного сечения брутто балки следует уменьшать умножением на коэффициент  для балок с ребрами в пролете и на коэффициент  – для балок без ребер в пролете.

Для стропильных балок покрытий открытых для обзора прогиб не должен превышать предельного допустимого по эстетико-психологическим требованиям:

, (34)

где  принимается по таблице 1.

Пример 4.1

По исходным данным и результатам расчета скомпонованного поперечного сечения стропильной балки покрытия (рисунок 8) примера 3.1. выполнить проверки прочности, устойчивости и жесткости (прогиба) балки.

Решение.

Находим предельные значения: изгибающего момента по формуле (22)

кН·см= 1952,26 кН·м;

поперечной силы по формуле (23), для второго отсека, при

; ;

 кН/см2.

Для вычисления коэффициентов *α* и *β* подсчитываем характеристики условного сжатого пояса балки (рисунок 9)

*y=10,5*

*ht=78*

*tt=16*

*c1=62*

*x1*

*x1*

*bf=280*

*tw=5*

*центр тяжести*

*таврового сечения*

*8*

*8*

Рисунок 9 – Условный сжатый пояс балки

см;

*ht*=*c1+tf*=6,2+1,6=7,8 см;

*Af=bf·tf+c1·tw=*28·1,6+0,5·6,2=47,9 см2.

Расстояние от наружной грани пояса до центра тяжести таврового сечения

см.

Момент инерции условного сжатого пояса относительно оси х1–х1 (проходящей через центр тяжести таврового сечения)

 см4;

 см3;

. т.к. *α=*0,01 < 0,03 то *β* вычисляем по формуле (24)

*β*=0,05+5*α*=0,05+5·0,01 = 0,1 < 0,15

принимаем *β*=0,15.

=327,8 кН.

Проверяем прочность балки:

– в первом отсеке при сдвиге

; ; *β=0,15*;

 кН/см2;

=336,13 кН.

Q*max = 156,75 кН <*Q*u= 336,13* кН;

– во втором отсеке при совместном действии *M* и Q по формуле (21). Значения *M* и Q см рисунок 7.

;

– в третьем отсеке, при максимальном значении *M*=846,45 кН·м;

*Mmax = 846,45кН*·*м< Мu=1952,26*кН·м.

Проверяем прочность стенки на действие сосредоточенной силы по формуле (29)

 см4;

см;

 кН/см2.

Проверяем выполнение условия

; см.

Условие выполняется, следовательно устойчивость балки не проверяем.

Местную устойчивость сжатого пояса проверяем по формуле (30)

; .

Проверяем устойчивость основных двусторонних ребер жесткости из плоскости балки по формулам (31)-(33), при *τcr*=2,25 кН/см2, *μ*=2,28 (приняты по вычисленным значениям для первого отсека)

 см2;

Продольная сжимающая сила

кН >*P*=62,7 кН.

Находим гибкость при расчетной длине ребра равной

см> 0.7hw=0.7·125 = 87,5 см.

Принимаем см.

 см4;

см;

; по таблице 72 [4] φy=0,933

 кН/см2.

Аналогично проверяется опорное ребро на действие опорной реакции.

Проверка прогиба по формуле (34).

 см4;

*α*=1,2-0,033=1,2-0,033·10=0,87;

кН·м;

;



**Задания к практическому занятию №4**

Задание 1.

По исходным данным таблицы 4, результатам найденных размеров и выполненной компоновки поперечного сечения стропильной балки покрытия по вариантам занятия №3 выполнить проверки прочности, устойчивости балки с гибкой стенкой.

Задание 2.

По исходным данным таблицы 4, результатам найденных размеров и выполненной компоновки поперечного сечения стропильной балки покрытия по вариантам занятия №3 выполнить проверку жесткости (прогиба) балки с гибкой стенкой.

**Вопросы для самостоятельной работы к практическому занятию №4**

1. От действия каких внутренних усилий проверяется прочность балки в первом, во втором и третьем отсеках?
2. Перечислите проверки которые выполняются для сечения балки по первой группе предельных состояний.
3. Перечислите проверки которые выполняются для сечения балки по второй группе предельных состояний.

**Практическое занятие №5. Компоновка и подбор сечения балки с гофрированной стенкой**

**Теоретическая часть**

Компоновку и подбор сечения балок с гофрированной стенкой (рисунок 10) начинают с определения высоты сечения.

*1*

*1*

*2*

*2*

*l*

*2 -2*

*a*

*a*

*a1*

*f*

*f*

*Опорное ребро*

*1-1*

*tw*

*bf*

*tf*

*hw*

*tf*

*h*

Рисунок 10 – Схема балки с гофрированной стенкой: *а* – длина полуволны гофра; *f* – высота волны гофра; *h* – высота сечения балки;  
*hw* – высота сечения стенки; *tw* – толщина сечения стенки; *bf* – ширина сечения пояса; *tf* – толщина сечения пояса

Высота сечения балки отвечающая требованиям жесткости, *hmin* определяется по формуле:

, (35)

где: ξ – коэффициент зависящий от расчетной схемы балки и вида нагрузки, в частности, для однопролетных свободно опертых балок, нагруженных равномерно-распределенной нагрузкой, ;

*α* – коэффициент, учитывающий влияние поперечных сил на прогиб балки: *α*=1,15…1,06 для балок с;

*l* – расчетный пролет балки;

.

Оптимальную высоту сечения балки *hopt* при минимально возможной толщине сечения стенки *tw,min*, можно найти по формуле

, (36)

где: *tw,min*=3…4 мм;

*Rsw* – расчетное сопротивление стали стенки сдвигу, *Rsw* =0,58*Ry*.

Зная *hopt*и *hmin* окончательно принимают высоту сечения*hw* с учетом сортаментных размеров листового проката (приложение 7, таблица 1.11 [10]).

Гибкость стенки при принятых размерах *hw* и *tw,min* будет равна

 (37)

условная гибкость стенки находится по формуле

 (38)

Ширина сечения пояса *bf* выбирается, как и в обычных балках, не более , чтобы не сказывалась неравномерность распределения нормальных напряжений в поясе, по ширине его сечения. Минимальную ширину сечения пояса  в первом приближении можно принять

 (39)

и она должна обеспечивать общую устойчивость балки по п. 5.3 [4].

Толщину сечения пояса *tf* находят по формуле:

 (40)

где 

Принимаемая толщина сечения пояса должна быть не меньше минимальной *tf,min*, по условиям местной устойчивости.

, (41)

где , здесь *а* – длина полуволны гофра, рекомендуется принимать из условия обеспечения локальной устойчивости грани гофра.

 (42)

По сортименту листового проката принимается толщина сечения пояса *tf* обеспечивающая требованиям по формулам (40) и (41).

Далее назначаются параметры гофров:

длина полуволны – *а*;

высота волны – *f*.

Высота волны гофра*f* выбирается из условия обеспечения устойчивости отдельного гофра и «общей» устойчивости стенки. Для волнистой стенки и стенки с треугольными гофрами высоту волны можно принять

*f=(5…20)tw*. (43)

Сторону плоской грани гофра *α1* находят по формуле:

 (44)

Затем размещают опорные, а при необходимости, и другие ребра жесткости, монтажные стыки.

Желательно, чтобы ребра примыкали к стенке в тех местах, где она пересекает продольную ось пояса и высота гофра равна нулю (см. рисунок 10). Размеры ребер устанавливаются, как в обычных сварных двутавровых балках.

Пример 5.1

Выполнить компоновку и подбор сечения стропильной балки покрытия с гофрированной стенкой при следующих данных:

расчетный пролет балки *l*=18 м;

расчетная температура *t* ≥ -30 0C;

тип сечения – симметричный сварной двутавр из листового проката с гофрированной стенкой. Гофры принять треугольные (см. рисунок 10). Величины нагрузок и расчетную схему балки принять из примера 3.1, рисунок 7. Для балки принять сталь по ГОСТ 27772–88: стенку из стали С 235 с *Ryw* = 23 кН/см2 при *tw*=2…20 мм; пояса из стали С345 с *Ryw* = 31,5 кН/см2 при *tw*=10…20 мм. Ширину полки опирающегося прогона на верхний пояс стропильной балки, принять *b*=24 см.

Минимальная высота сечения балки по формуле (35) при:

*α*=1,06; ;

*Е*=2,06·104 кН/см2; 

см.

Оптимальная высота по формуле (36), при принятой толщине сечения стенки *tf,min*=4 мм=0,4 см; *γс*=1; *Rsw*=0,58·23=13,34 кН/см2

см.

По приложению 7, таблица 1.11 [10] принимаем *hw*=125 см, что отвечает требованию *hw*=125>*hmin*=111,82 см;

Гибкость стенки по формуле (37)



следовательно, оставляем принятые размеры поперечного сечения стенки *hw*=125 см, tw=0,4 см.

Условная гибкость стенки по формуле (38)



Ширину пояса принимаем равной *bf*=250 мм, что отвечает требованиям  см и требованиям по формуле (39)  см, тогда толщина пояса по формулам (40) и (41)

см,

см,

при  и длине полуволны гофра см, что лежит в пределах допустимых величин по формуле (42)  см.

По сортаменту листового, проката (приложение 7, таблица 1.11 [10]) принимаем толщину пояса *tf*=9 мм.

Находим остальные параметры гофра: высоту волны по формуле (43) *f*=10*tw*=10·0,4=4 см и сторону плоской грани по формуле (44) (см. рисунок 11)  см.

**Задания к практическому занятию №5**

Задание 1.

Найти размеры и выполнить компоновку поперечного сечения стропильной балки покрытия (см. рисунки 10, 11) с гофрированной стенкой. Исходные данные взять из таблицы 5. Гофры принять треугольные (см. рис. 10). Расчетная температура *t*≥-300С.

1

1

y

x

x

*tw*=4

*hw=1250*

*h=1268*

*tf=9*

*tf=9*

*bf=250*

*а)*

y

*б)*

*а=250*

*а=250*

*f=40*

*f=40*

*tw*=4

*1-1 (повернуто)*

*а1=263*

Рисунок 11 – Скомпонованное поперечное сечение балки с гофрированной стенкой: а) – принятые размеры поперечного сечения; б) – принятые параметры гофра

Таблица 5 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | Пролет балки, *l*, м | Сосредоточенная нагрузка на балку | | Число сосредоточения сил в пролете балки | Шаг прилож. сосредот нагрузки, м | Мат-л балки – сталь по ГОСТ 27772-88 | | Ry для стенки балки, при толщине листового проката t = 2…20 мм, МПа | Ry для поясов балки, толщине листового проката t от 2до 10 мм, МПа | Тип сечения балки | Ширина полки опи-рающегося прогона, *b*, см. | Расстояние между точками закрепления пояса из плоскости балки lef,y,м |
| Норма-тив-ная Рn, кН | Рас-чет-наяР, кН | стен-ки | поя-сов |
| 1 | 18 | 43,9 | 54 | 5 | 3,0 | С235 | С345 | 230 | 315\* | Симметричный сварной двутавр из листового проката с гофрированной стенкой | 18 | 1,5 |
| 2 | 24 | 58,5 | 72 | 6 | 3,0 | С235 | С375 | 230 | 365\* | 25 | 1,5 |
| 3 | 18 | 51,2 | 63 | 5 | 3,0 | С235 | С375 | 230 | 365\* | 20 | 1,5 |
| 4 | 24 | 36,6 | 45 | 6 | 3,0 | С235 | С345 | 230 | 335\* | 21 | 1,5 |

\*Для поясов балок толщиной свыше 10 до 20 мм *Ry* принимать по таблице 51\* [4].

Задание 2.

По таблице 1 определить относительный предельный прогиб балки.

**Вопросы для самостоятельной работы к практическому занятию №5**

1. Как выбирается высота сечения стенки балки *hw*?
2. Каким требованиям должна отвечать ширина сечения пояса балки *bf*?
3. Каким требованиям должна отвечать толщина сечения пояса tf?
4. Как назначаются параметры гофров: длина полуволны-*а* и высота волны-*f*?
5. При необходимости размещения ребер жесткости, в каких местах по длине стенки балки они должны примыкать к стенке?

**Практическое занятие №6. Проверки прочности, устойчивости и деформативности балки с гофрированной стенкой**

**Теоретическая часть**

Для скомпонованного поперечного сечения балки и установленных размеров параметров гофра выполняют проверки прочности при изгибе и срезе, общей устойчивости, жесткости (по относительному прогибу балки). При необходимости вносят изменения.

Назначают катеты поясных швов и швов прикрепляющих ребра жесткости (если последние были поставлены). Катеты выбирают в соответствии с нормативными требованиями. Тонкие стенки толщиной 3…4 мм можно прикреплять к поясу односторонним швом (с минимальным значением катета), за исключением зон действия сосредоточенных нагрузок (прогонов, балок, площадок, фонарей и т.п.). В этих зонах следует предусматривать двусторонние швы.

Ребра проверяются на устойчивость и прочность при смятии.

Проверку местной устойчивости гофра выполняют по формуле

, (45)

где: *σloc* – местное нормальное напряжение в местах приложения сосредоточенной нагрузки к верхнему поясу балки;

*σloc,сr –* критическое местное нормальное напряжение;

*τ* – касательное напряжение в сечении;

*τloc,сr* – критическое местное касательное напряжение в сечении;

*γс* – коэффициент условия работы, принимается по таблице 6\*[4]; *γс*=1.

, (46)

где: *Р* – расчетное значение сосредоточенной вертикальной нагрузки (силы);

*lef* – условная длина распределения нагрузки, определяется в зависимости от условий опирания по формуле (32) [4].

Если нижняя балка сварная то

*lef=b+2tf,*  (47)

где: *b* – ширина полки (пояса) опирающейся конструкции (например: прогона, балки и т.д.);

*tf* – толщина верхнего пояса балки, если нижняя балка сварная.

, (48)

где *с1*– коэффициент, принимаемый для сварных балок по таблице 23 [4] в зависимости от отношения  и значения *δ*.

, (49)

где *β*=0,8.

, (50)

где *а1* – размер стороны плоской грани гофра.

. (51)

По формуле 2.41 [6] находят 

, (52)

где .

Если условие местной устойчивости гофра по формуле (45) выполняется, то принятые параметры гофра остаются, в противном случае параметры должны быть изменены и заново проверены по формуле (45).

Проверки несущей способности балки симметричного сечения по прочности выполняют по формулам:

– при изгибе в середине пролета

; (53)

– на срез стенки на опоре

, (54)

где *Af* – площадь сечения пояса.

 (55)

На общую устойчивость из плоскости изгиба балку проверяют по формуле

, (56)

где *φ* – определяется по таблице 72 [4] в зависимости от, здесь

*lef,y* – расстояние между точками закреплений сжатого пояса балки от поперечных смещений (узлами продольных или поперечных связей):

 (57)

«Общую» устойчивость стенки можно выполнить по формуле (45), где

, (58)

здесь *kτ*– коэффициент, зависящий от параметров ,  и . Значение *kτ*устанавливают по таблице 6.

Таблица 6 – Коэффициент 

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Отношение | | | | | |
| 3 | 5 | | 7 | | |
| при | | | | | | |
|  | 5 | 5 | 10 | 5 | 10 | 15 |
| 1,05  1.10  1,15 | 43,2  43,7  44.3 | 76,6  77.6  78,7 | 116,7  118,4  120,0 | 115,0  116,7  118,2 | 177,6  180,3  182,8 | 230,1  233,6  236,9 |

Проверку жесткости балки выполняют по формуле

, (59)

где *k* – коэффициент, учитывающий увеличение прогиба за счет поперечной силы; *k* =1,15.

Пример 6.1

Проверить скомпонованное сечение стропильной балки с гофрированной стенкой по данным примера 5.1 см. рисунки 10, 11. Относительный предельный прогиб балки равен . Расстояние между точками закреплений сжатого пояса балки от поперечных смещений принять первоначально *lef,y*=3 м.

Решение

Проверяем местную устойчивость гофра по формуле (45), предварительно определив *σloc* по формуле (45), *σloc,cr* по формуле (46), *δ* по формуле (49),  по формуле (50), *τ* по формуле (51) и *τloc,cr*– по формуле (52).

см;

 кН/см2;

; ;

.

По таблице 23 [4] *с1*= 11,91;

 кН/см2;

кН/см2.

;

кН/см2.

Условие местной устойчивости гофра по формуле (45)

.

При *а1*=26,3 см устойчивость панели обеспечена и приведенные выше параметры гофра могут быть приняты.

Проверяем несущую способность балки:

– на прочность при изгибе в середине пролета по формуле (53)

кН/см2кН/см2;

– прочность стенки на срез, на опоре по формуле (54)

кН/см2кН/см2.

Проверка общей устойчивости балки из плоскости по формуле (56) при *lef,y*=3 м.

см: ; *φy* = 0,866 по таблице 72 [4];

кН/см2кН/см2.

Т.к. условие не выполняется, необходимо дополнительно раскрепить верхний пояс из плоскости связями так, чтобы *lef,y*=1,5 м и заново проверить выполнение условия по формуле (56)

 *φy* = 0,953

кН/см2<33,5 кН/см2 – условие выполнено.

Проверка «общей» устойчивости стенки

; ;

*kτ* =116.7 по таблице 2.

По формуле (58) находим

 кН/см2, здесь =10,44 по формуле (38), см. пример 5.1.

По формуле (45) проверяем «общую» устойчивость стенки



«Общая» устойчивость стенки при сдвиге обеспечена.

Проверка жесткости балки по формуле (59).

 см4



**Задания к практическому занятию №6**

Задание 1.

По исходным данным таблицы 5, результатам найденных размеров и выполненной компоновки поперечного сечения стропильной балки покрытия с гофрированной стенкой по вариантам занятия № 5 выполнить проверки прочности, устойчивости балки.

Задание 2.

Выполнить проверку деформативности балки

**Вопросы для самостоятельной работы к практическому занятию №6**

1. Какую проверку необходимо выполнить для принятых размеров гофра?
2. Какую проверку выполняют для сечения балки в средине пролета?
3. Какую проверку выполняют для сечения на опоре?
4. Какую проверку выполняют для балки по второй группе предельных состояний?
5. Какую проверку необходимо выполнить для балки из плоскости изгиба?

**Практическое занятие №7. Подбор и проверка сечений элементов стропильной фермы из цилиндрических труб**

**Теоретическая часть**

Подбор и проверку центрально сжатых элементов фермы ведут в следующей последовательности:

– предварительно задаются коэффициентом продольного изгиба *φ*;

– определяют требуемую площадь сечения

, (60)

где *γс* – коэффициент условия работы для сжатых стержней поясов и решетки *γс*=1.0;

– по сортаменту стальных труб, приложение 11, таблица П 11.13 [3] принимают трубу с площадью сечения близкой к требуемой. Выписывают площадь сечения принятой трубы А и радиус инерции *i*;

– проверяют тонкостенность трубы *δ*

, (61)

где: *δmax*=30 для поясов из стали с пределом текучести *Ryn*≤29,5 кН/см2;

*δmax*=35 для поясов из стали с 29,5<*Ryn*≤39 кН/см2;

*δmax*=40 для поясов из стали с *Ryn*>39 кН/см2;

*δmax*=90 для примыкающих сжатых элементов решетки с *Ryn*≤29,5 кН/см2;

*δmax*=80 с 29,5<*Ryn*≤39 кН/см2;

*δmax*=70 с *Ryn*>39 кН/см2;

*D* – диаметр принятой трубы;

*s* – толщина стенки трубы;

– находят фактические гибкости,

 (62)

где *lef,x, lef,y* – расчетные длины элементов фермы, соответственно в плоскости и из плоскости фермы.

Расчетные длины элементов фермы *lef,* принимают:

– для случая прикрепления элементов решетки к поясам впритык при расчете в плоскости фермы *lef,x* и из ее плоскости *lef,y* для поясов, опорных стоек и опорных раскосов *lef,x=l; lef,y*=*l1*;

для прочих элементов решетки

*lef,x=0,9l; lef,y*=*0,9l1*;

– для случая сплющенных концов труб решетки (кроме опорных раскосов и опорных стоек) *lef,x=0,9l; lef,y*=*l1*[здесь *l*– геометрическая длина элемента (расстояние между центрами узлов) в плоскости фермы;

*l1* – расстояние между узлами, закрепленными от смещения из плоскости фермы (поясами ферм, специальными связями, жесткими плитами покрытий, прикрепленными к поясу сварными швами или болтами, и т.д.]

– побольшей из гибкостей  или  находят коэффициент продольного изгиба *φ* по таблице 72 [4];

– проверяют устойчивость стержня

, (63)

– находят предельную (нормированную) гибкость [λ] стержня;

[*λ*]=180-60*α* – для поясов опорных раскосов и стоек;

[*λ*]=210-60*α* – для прочих сжатых элементов решетки.

, (64)

здесь 0,5≤*α*≤1;

– проверяют выполнение условия

. (65)

Если поверяемое сечение не удовлетворяет хотя бы одному из требований по формулам (61), (63), (65) его необходимо изменить, подобрав таким образом, чтобы выполнялись все условия по перечисленным формулам.

При недопряжении когда *σ<Ry*, на 10% и более (по формуле (63)), необходимо проверить меньшее сечение.

Проверку прочности элементов из труб со сплющенными концами, подверженных центральному сжатию выполняют по формуле (5) [4] с учетом коэффициента *γct*

, (66)

где *γс* = 0,8 при проверке прочности элементов решетки;

*An* – площадь сечения нетто (за вычетом площади сечения ослаблений);

*γсt* – коэффициент:

– при свободном формировании переходного участка от круглого сечения к сплющенному (с неплавным переходом)

, (67)

но не более 0,7 и не менее 0,3;

– при принудительном формировании переходного участка [с плавным переходом по длине (2,5-3) D]

, (68)

но не более 1,0 и не менее 0,4,

где *D* – диаметр трубы;

*s*– толщина трубы.

Подбор и проверку центрально-растянутых элементов фермы выполняют в следующей последовательности:

– находят требуемую площадь сечения

, (69)

где *γс* = 0,95 для растянутых поясов;

*γс* = 0,8 для растянутых элементов решетки;

– находят требуемый минимальный радиус инерции

; , (70)

где [*λ*] – предельная гибкость растянутого элемента, принимается по таблице 20\*[4] и зависит от характера нагрузки воздействующей на конструкцию. Так, например, при статической нагрузке [*λ*]=400;

– по сортаменту стальных труб, приложение 11, таблица П 11.13 [3] принимают трубу с площадью сечения А и радиусом инерции *i* не менее требуемых  и ;

– проверяют тонкостенность трубы *δ*

, (71)

где  для растянутых поясов см. пояснение к формуле (61), а для примыкающих к поясам растянутых элементов решетки =90 не зависимо от предела текучести стали *Ryn*;

– проверяют гибкости стержня в плоскости *λх* и из плоскости фермы *λy*

, ; (72)

– проверяют прочность стержня

 . (73)

При подборе и проверке сечений элементов стропильной фермы из цилиндрических труб необходимо соблюдать рекомендации приведенные в [3]; [4]; [5]; [6]:

– фермы рассчитываются как разрезные свободноопертые конструкции при узловой передаче нагрузки;

– расчет ферм по шарнирной схеме допускается при отношении высоты сечения к длине элементов не превышающем 1/10 – для конструкций, эксплуатируемых при расчетной температуре – 400С и выше, и 1/15 при расчетной температуре ниже – 400С. При превышении этих отношений следует учитывать дополнительные изгибающие моменты в стержнях от жесткости узлов. Осевые усилия при этом допускается определять по шарнирной схеме. Для элементов таких стропильных ферм рекомендуется применять прямошовные электросварные трубы при этом

– разница в толщине стенок при одинаковом диаметре труб должна быть не менее 1,5 мм;

– минимальная толщина стенок труб поясов и опорных раскосов 3 мм, элементов решетки 2,5 мм;

– отношение диаметра труб раскосов к диаметру труб поясов должно быть не менее 0,3 и не более диаметра пояса.

Наиболее применимы трубы диаметром 50-426 мм.

Пример 7.1

Подобрать и проверить сечения элементов фермы из стальных электросварных прямошовных труб по ГОСТ 10 704-91 из стали марки Ст 20 по ГОСТ 8731-87 при следующих исходных данных:

– элементы решетки фермы крепятся к поясам впритык;

– максимальное расчетное усилие в верхнем поясе *Nν*=-412,15 кН; *l*=300 см; *l1ν*=300 см;

– максимальное расчетное усилие в нижнем поясе с *Nn*=438,23 кН; *l*=600 см; *l1n*=1200 см;

– расчетное усилие в опорном раскосе с *Nr1*=-225,6 кН; *l*=403 см; *l1r1*=403 см;

– в промежуточном сжатом раскосе *Nr2*=-1200 кН; *l*=417 см; *l1r2*=417 см;

– в растянутом раскосе *Nr3*=198,25 кН; *l*=417 см; *l1r3*=417 см;

– в промежуточной стойке *Ns1*=-52,17 кН; *l*=290 см; *l1s*=290 см. Концы стойки в узлах, при примыкании к поясам по концам сплющиваются с плавным переходом по длине (2,5-3)D.

Расчетное сопротивление марки стали Ст 20, при растяжении, сжатии и изгибе труб Ry=22,5 кН/см2 при толщине стенки 4…36 мм (таблица 51,а [4]). Расчетные усилия в элементах фермы были определены по шарнирной схеме при статической нагрузке. Расчетная температура -280С.

Решение

Подбираем сечение верхнего сжатого пояса. Расчетное усилие *Nν*=-412,15 кН; *lef,x*=*l*=300 см; *lef,y = l1ν*=300 см; *γc*=1. (см. пояснение в теоретической части по расчетным длинам элементов).

Предварительно задаемся коэффициентом *φ*=0,7. Требуемая площадь сечения по формуле (60)

 см2.

Принимаем (приложение 11. таблица П 11,13 [3]) трубу сечением Тр. Ø 152х5.5 мм, *А*=25,3 см2, *i*=5,2 см.

Проверяем тонкостенность трубы по формуле (61)



Гибкость пояса по формуле (62)



Коэффициент продольного изгиба (по таблице 72 [4])

*φ*=0,823.

Проверяем устойчивость стержня по формуле (63)

 кН/см2кН/см2.

Устойчивость обеспечена.

Предельная гибкость



[*λ*]=180-60*α*=180-60·0,88=127,2>*λ*=57,7.

Подбор сечения нижнего растянутого пояса.

Расчетное усилие *Nn*=438,23 кН; *lef,x,*=*l*=600 см; *lef,y*=*l1n*=1200 см; γс=0,95; [*λ*]=400.

Требуемая площадь сечения по формуле (69)

 см2.

Требуемый минимальный радиус инерции по формуле (70)

см.

Принимаем трубу сечением Тр. Ø 127х5,5 мм;

*А*=21,0 см2, *i*=4,3 см.

Проверяем тонкостенность трубы по формуле (61)

.

Условие соблюдается.

Гибкость стержня по формуле (72)

.

.

Проверяем прочность нижнего пояса по формуле (73)

кН/см2 кН/см2.

Прочность обеспечена.

Проверяем условия применения шарнирной схемы при статическом расчете:

для верхнего пояса

;

для нижнего пояса

.

Условия выполняются.

Подбор сечений сжатых или растянутых раскосов и стойки, в зависимости от действующих в них усилий, производится аналогично подбору и проверкам сечений, сжатых верхних или растянутых нижних поясов. Поэтому подбор элементов решетки ведем без подробных пояснений.

Подбор сечения сжатого опорного раскоса.

*Nr1*=-225,6 кН; *lef,x,*=*l*=403 см; *lef,y*=*l1n1*=403 см; γс=1.

Принимаем *φ*=0,6;

 см2.

Принимаем трубу сечением Тр. Ø 127х5,5 мм; *А*=21,0 см2, *i*=4,3 см.

.

Гибкость



Коэффициент *φ*=0,612.

 кН/см2кН/см2,

Устойчивость обеспечена

Предельная гибкость



[*λ*]=180-60*α*=180-60·0,78=133,2>*λ*=93,3.

; ;

*Dr1*=127 мм<*Dν*=152 мм; *Dr1*=127 мм=*Dn*=127 мм.

Подбор сечения промежуточного сжатого раскоса.

*Nr2*=-120 кН; *lef,x,*=0,9*l*=0,9·417=376 см; *lef,y*=0,9*l1r2*=0,9·417=376 см; γс=1.

Принимаем *φ*=0,5

 см2.

Принимаем Тр. Ø 102х4 мм; *А*=12,3 см2, *i*=3.5 см.

Тонкостенность трубы

.

Гибкость



Коэффициент *φ*=0,515.

Устойчивость стержня

 кН/см2кН/см2,

Устойчивость обеспечена.

Предельная гибкость



[*λ*]=210-60*α*=210-60·0,842=159,5>*λ*=107,4.

; ;

*Dr2*=102 мм<*Dν*=152 мм; *Dr2*=102 мм<*Dn*=127 мм.

Условия соблюдаются.

Подбор сечения растянутого раскоса.

*Nr3*=198,25 кН; *lef,x,*=0,9*l*=0,9·417=376 см; *lef,y*=0,9*l1r3*=0,9·417=376 см; γс=0,8; [λ]=400.

 см2.

см.

Принимаем Тр. Ø 89х4,5 см; *А*=11,9 см2, *i*=3,0 см.

Тонкостенность трубы

.

Гибкость стержня

.

.

Прочность стержня

 кН/см2кН/см2,

Прочность обеспечена.

, остальные условия то же соблюдаются.

Подбор сечения стойки со сплющенными концами.

*Ns1*=-52,17 кН; *lef,x,*=0,9*l*=0,9·290=261 см; *lef,y*=0,9*l1s*=0,9·290=261 см; γс=1;  (по формуле (68)).

Задаемся *φ*=0,4

 см2

Принимаем Тр. Ø 70х4 мм; *А*=8,3 см2, *i*=2,3 см.

Тонкостенность трубы

.

Гибкость

; *φ*=0,467.

Устойчивость стержня

 кН/см2кН/см2,

Предельная гибкость



[*λ*]=210-60*α*=210-60·0,598=174,1>*λ*=113,5

, остальные условия то же соблюдаются.

Проверяем стойку на прочность по формуле (66), γс=0,8.

, принимаем 

 кН/см2кН/см2.

Прочность стойки со сплющенными концами обеспечена.

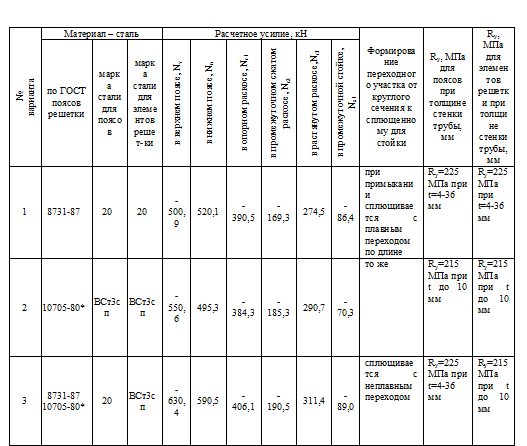
**Задания к практическому занятию №7**

Задание 1.

Подобрать сечения элементов фермы из стальных электросварных прямошовных труб по ГОСТ 10704-91. Исходные данные взять из таблицы 7. Крепление элементов решетки фермы к поясам принять впритык. Длины всех элементов *l* и *l1*принять по примеру 7.1. Расчетная температура *t* = -280С. Расчетные усилия в элементах фермы определены по шарнирной схеме при статической нагрузке.

Таблица 7 – Исходные данные

55



Задание 2.

Проверить на прочность, гибкость, устойчивость подобранное сечение элементов фермы из стальных электросварных прямо шовных труб по ГОСТ 10704-91.

**Вопросы для самостоятельной работы к практическому занятию 7**

1. Опишите последовательность подбора сечения центрального сжатого стержня фермы из цилиндрической трубы.
2. Опишите последовательность подбора сечения центрального растянутого стержня из цилиндрической трубы.
3. Перечислите проверки для сжатого стержня.
4. Перечислите проверки для растянутого стержня.
5. Какие конструктивные условия должны соблюдаться для стержней ферм из цилиндрических труб?

**Практическое занятие №8. Подбор и проверка сечений элементов стропильной фермы из гнутосварных профилей**

**Теоретическая часть**

Подбор и проверку центрально-сжатых и центрально-растянутых элементов фермы из гнутосварных профилей (ГСП) выполняют по формулам приведенных к практическому занятию №7. (см. формулы (60); (62); (63); (64); (65); (69); (70); (72); (73)). В формулах (69) и (73) *γс*=0,95.

Стержни ферм из ГСП проверяют на местную устойчивость стенок сечения по формуле

, (74)

где *hef* – расчетная высота стенки, *hef = h-2(tw+r)* (см. рисунок 12);

*h* – полная высота стенки;

*r* – угловые закругления сечения ГСП. которое можно принять *r=tw.*

 – наибольшая условная гибкость стенки;

*tw*– толщина стенки;

, если ; (75)

 – максимальная гибкость λх или λy принимаемая в расчете на устойчивость при центральном сжатии.

, если . (76)

*hef*

*h*

*r*

*tw*

*bef*

*b*

*tw*

Рисунок 12 – Сечение ГСП. К расчету на местную устойчивость стенок и полок.

Если отношение , то при расчете стержней вместо значения площади сечения А в формуле (63) (см. занятие №7) принимается величина приведенной площади сечения *Ared*, которая вычисляется по формуле

, (77)

где ;

;

 (при  следует принимать );

*bef* – расчетная ширина полки *bef=b-2(tw+r),* здесь *b* – полная ширина полки.

Значение *bred* находят по формуле

, (78)

где ;

(при >2,3 следует принимать ).

Для центрально-сжатых элементов поясов должно проверятся условие местной устойчивости полок , расчет ведется аналогично, как для стенок по формулам (74)–(76), но с заметной *hef* на *bef* в формуле (74), и *bef=b-2(tw+r)*, *r=tw*.

При подборе и проверке элементов стропильных ферм из ГСП необходимо соблюдать рекомендации [5]; [11]:

– для стержней ферм применять гнутосварные профили по ТУ 36-2287-80;

– толщину стенок стержней следует принимать не менее 3 мм. В одной ферме не рекомендуется применять профили с одинаковыми размерами сечения, которые отличаются толщиной стенок менее чем на 2 мм;

– для поясов отношение высоты стенки к ее толщине должно быть не более 45, для элементов решетки – не более 60;

– ширину сечения стержней решетки принимть с таким расчетом, чтобы можно было свободно приварить их к поясу, но не более величины   
*bp-2(tw,p-tw,r)* и не менее 0,6*bp*, где *bp* – ширина сечения полки пояса; *tw,p* – толщина стенки пояса; *tw,r* – толщина стенки примыкающего элемента решетки к поясу.

Пример 8.1

Подобрать и проверить сечения элементов фермы из гнутосварных профилей (ГСП) по ТУ 36-2287-80 из стали С255 по ГОСТ 27772-88\* при следующих исходных данных:

– максимальное расчетное усилие в верхнем поясе *Nν*=-408,67 кН; *l*=300 см; *l1ν*=300 см;

– максимальное расчетное усилие в нижнем поясе *Nn*=344,32 кН; *l*=600 см; *l1n*=750 см;

– расчетное усилие в опорном раскосе *Nr1*=166,95 кН; *l*=235 см; *lr1*=235 см;

– расчетное усилие во втором раскосе *Nr2*=-161,72 кН; *l*=235 см; *lr2*=235 см;

– расчетное усилие в третьем раскосе *Nr3*=93,91 кН; *l*=238 см; *lr3*=238 см;

– в четвертом раскосе *Nr4*=-93,91 кН; *l*=238 см; *lr4*=238 см;

– в пятом раскосе *Nr5*=35,67 кН; *l*=238 см; *lr5*=238 см;

– в шестом раскосе *Nr6*=-35,67 кН; *l*=238 см; *lr6*=238 см.

Расчетное сопротивление стали Ry=24 кН/см2 при толщине стенки 4…10 мм (таблица 51\*, [4]). Расчетные усилия в элементах фермы были определены по шарнирной схеме при статической нагрузке. Расчетная температура -280С.

Решение

Подбираем сечение верхнего сжатого пояса. Расчетное усилие *Nν*=-408,67 кН; *lef,x*=*l*=300 см; *lef,y = l1ν*=300 см; *γc*=1. (таблица 6\*[4])

Предварительно задаемся коэффициентом *φ*=0,7. Требуемая площадь сечения по формуле (60)

 см2.

Для пояса принимаем по приложению 11, таблица п. 11.11 [3] прямоугольное сечение Гн 160х120х5; *А*=27 см2, *iх*=6,09 см; *iу*=4,87 см.

Значение  не превышает предельную величину.

Гибкости стержня по формуле (62)

;

.

По *λmax=λy* находим *φ*=0,797.

Проверяем устойчивость стержня по формуле (63)

кН/см2 кН/см2.

Устойчивость обеспечена.

Предельная гибкость (см. формулы (64) и (65))



[*λ*]=180-60*α*=180-60·0,79=132,5>*λу*=61,6.

Условие соблюдается.

Проверяем гибкость стенки

, т.к. , то  находим по формуле (76) 

.

Проверяем гибкость полки



Условия выполняются, поэтому при проверке пояса по формуле (63) оставляем полную площадь сечения А.

Подбор сечения нижнего растянутого пояса.

Расчетное усилие *Nn*=344,32 кН; *lef,x*=*l*=300 см; *lef,y = l1n*=750 см; *γc*=0,95. [λ]=400.

Требуемая площадь сечения по формуле (69)

 см2

Принимаем по приложению 11, таблица П 11.12 [3] профиль квадратного сечения Гн 120х4; *А*=18,56 см2, *iх*=*iу*=4,74 см.

Проверяем условие .

Условие соблюдается.

Проверяем гибкость стержня

,

.

Проверка прочности сечения на растяжение

 кН/см2кН/см2,

Прочность обеспечена.

Проверяем условие применения шарнирной расчетной схемы при выполнении статического расчета согласно п. 13.8 [4]:

– для верхнего пояса ;

– для нижнего пояса .

Расчет фермы допускается выполнять по шарнирной схеме.

Подбор сечений сжатых раскосов выполняем аналогично подбору сечения сжатого пояса, а растянутых раскосов аналогично подбору сечения растянутого пояса.

Подбор сечения растянутого опорного раскоса

*Nr1`*=166,95 кН; *lef,x*=*l*=235 см; *lef,y = l1n*=235 см; *γc*=0,95. [λ]=400.

 см2.

Принимаем квадратное минимальное сечение Гн 80х3; *А*=9,24 см2, *iх*=*iу*=3,14 см.

.

Гибкость стержня



Прочность стержня

 кН/см2кН/см2.

Прочность обеспечена.

Подбор сечения второго раскоса

*Nr2`*=-161,72 кН; *lef,x*=0,9*l*=0,9·235=211,5 см; *lef,y =0,9lr2*=0,9·235=211,5 см; *γc*=1, [λ]=210-60α.

Принимаем *φ*=0,75.

 см2.

Принимаем квадратное минимальное сечение Гн 80х3; *А*=9,24 см2, *iх*=*iу*=3,14 см.

.

Гибкости стержня

; *φ*=0,767.

Устойчивость стержня

кН/см2 кН/см2.

Устойчивость обеспечена.

Предельная гибкость



[*λ*]=210-60*α*=210-60·0,951=152,95>*λх*=67,36; ;



.

Остальные раскосы подбираются аналогично рассмотренным и для них минимальное квадратное сечение Гн. 80х3 обеспечивает прочность, устойчивость, тонкостенность. Расчетные длины раскосов *lef,x*и *lef,y* с третьего по шестой определяются по аналогии второго раскоса.

Проверяем выполнение конструктивных условий.

Для раскосов из Гн 80х3

*br*=80 мм <*bν-2(tw-twr)*=120-2(5+3)=104 мм;

*br*=80 мм > 0,6*bν=*0,6·120=72 мм;

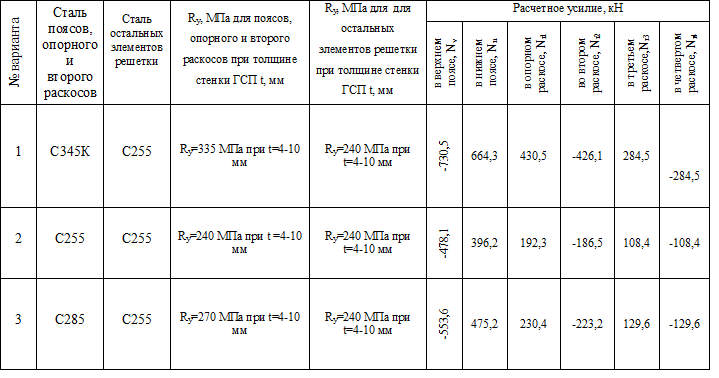
условия соблюдаются

**Задания к практическому занятию №8**

Задание 1.

Подобрать сечения элементов фермы из гнутосварных профилей (ГСП) по ТУ 36-2287-80 из стали по ГОСТ 27772-88\*. Исходные данные взять из таблицы 8. Длины всех элементов принять по примеру 8.1. Расчетные усилия определены по шарнирной схеме при статической нагрузке. Расчетная температура *t*= -280С.

Таблица 8 – Исходные данные



Задание 2.

Проверить на прочность, гибкость, устойчивость подобранное сечение элементов фермы из гнутосварных профилей (ГСП) по ТУ 36-2287-80 из стали по ГОСТ 27772-88\*.

**Вопросы для самостоятельной работы к практическому занятию 8**

1. Расскажите о последовательности подбора сечения центрально сжатого стержня фермы из ГСП.
2. Перечислите проверки для сжатого стержня.
3. Расскажите о последовательности подбора сечения центрально растянутого стержня фермы из ГСП.
4. Перечислите проверки для растянутого стержня.
5. Какие конструктивные условия должны соблюдаться для стержней ферм из ГСП?

**Практическое занятие № 9. Расчет однопролетного троса с точками подвеса в одном уровне**

**Теоретическая часть**

Однопролетный, абсолютно гибкий трос (нить), подвешенный к двум жестким опорам, передает приложенную к нему нагрузку q(x) на опоры в виде усилийS. В отличие от жестких арок или балок, в которых нагрузка вызывает малые по величине упругие перемещения, очертание оси нити определяется в основном большими кинематическими перемещениями отдельных ее точек и мало зависит от жесткости EFнити при растяжении. К таким системам, отличающимся большой кинематической подвижностью, уже неприменимы некоторые из обычно используемых в статике упрощений, в частности принцип суперпозиции. Вантовые конструкции следует рассчитывать с учетом геометрической нелинейности.

Для невесомой и нерастяжимой пологой нити уравнение оси имеет вид:

где ;

Q – поперечная сила на опоре для свободно опертой однопролетной балки;

H – горизонтальная составляющая опорной реакции.

Полная величина опорной реакции – усилие Sопределяется из условия S2 = Q 2 + H 2.

Максимальная стрела провеса при х = 0,5 l

f = (ql2)/(8H).

Однопролетная нить под нагрузкой q(x) представляет устойчивую геометрически изменяемую систему. Если же нагрузка меняет знак, система становится неустойчивой и уже не может быть использована как несущая конструкция. Поэтому необходимы конструктивные мероприятия, обеспечивающие устойчивость конструкции при любых возможных нагрузках.

Пример 9.1 Определить полную опорную реакцию однопролетной гибкой нити, загруженной равномерно распределенной нагрузкой.

Исходные данные:

l = 8 м; f = 1,5м; q = 3 кН/м.

Решение:

Поперечная сила на опоре для свободно опертой однопролетной балкиQ = (qxl)/2 = (3 х 8)/2 = 12 кН.

Горизонтальная составляющая опорной реакции

Н = (qxl2)/8f = (3 x 82)/(8 x 1,5) = 16 кН.

Полная величина опорной реакции

S = = 20 кН.

**Задания к практическому занятию №9**

Задание 1.

Определить горизонтальную составляющую опорной реакции однопролетной гибкой нити, загруженной равномерно распределенной нагрузкой. Исходные данные взять из таблицы 9.

Таблица 9 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пролет*l*, м | 10 | 12 | 16 | 24 | 30 |
| Стрела провиса f, м | 2 | 2,5 | 3 | 4 | 5 |
| Равномерно распределенная нагрузкаq кН/м | 3 | 4 | 4,8 | 5 | 6 |

Задание 2.

Определить полную величину опорной реакции однопролетной гибкой нити, загруженной равномерно распределенной нагрузкой. Исходные данные взять из таблицы 9.

**Вопросы для самостоятельной работы к практическому занятию №9**

1. Чем определяется очертание оси гибкой нити?
2. Основное отличие вантовых систем от жестких балок или арок?
3. Какие обычные упрощения неприменимы для вантовых систем?
4. Физическая или геометрическая нелинейность учитывается при расчете вантовых систем?
5. Какой вид имеет уравнение оси для невесомой и нерастяжимой пологой нити?

**Список рекомендуемой литературы**

**Основная литература**

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Ксенофонтова, Т. К. Инженерные конструкции. Железобетонные и каменные конструкции: учебник / Т.К. Ксенофонтова, М.М. Чумичева; под общ. ред. Т.К. Ксенофонтовой. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 386 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). www.dx.doi.org/10.12737/textbook 5cf772d9aa41e1.64804474. - ISBN 978-5-16-106819-9. - Текст: электронный. - URL: https://new.znanium.com/catalog/product/976637 2. Малахова, А. Н. Оценка несущей способности строительных конструкций при обследовании технического состояния зданий: Учебное пособие / Малахова А.Н., Малахов Д.Ю., - 3-е изд., (эл.) - Москва: МИСИ-МГСУ, 2017. - 96 с.: ISBN 978-5-7264-1655-7. - Текст: электронный. - URL: https://new.znanium.com/catalog/product/969436 |
|  |  |

**Дополнительная литература**

3. Яковлева, М. В. Восстановление и усиление железобетонных и каменных конструкций: учебно-методическое пособие / М.В. Яковлева, О.Н. Коткова, B.C. Широков. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2020. — 191 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-107798-6. - Текст: электронный. - URL: https://new.znanium.com/catalog/product/1069177

4. Дукарский, Ю. М. Инженерные конструкции. Металлические конструкции и конструкции из древесины и пластмасс: учебник / Ю.М. Дукарский, Ф.В. Расс, О.В. Мареева. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 262 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — www.dx.doi.org/10.12737/textbook\_59d23e48448616.91876222. - ISBN 978-5-16-105723-0. - Текст: электронный. - URL: https://new.znanium.com/catalog/product/1019762