**ЧАСТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**

 **ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«СТАВРОПОЛЬСКИЙ МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»**

**«Теория алгоритмов»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к выполнению лабораторных работ

для обучающихся по специальности

09.02.03 Программирование в компьютерных системах

Ставрополь, 2021

Методические указания составлены в соответствии с ФГОС СПО по специальности 09.02.03 «Программирование в компьютерных системах» и программой дисциплины «Теория алгоритмов».

Составитель: Харченко И.В.

Рассмотрено на заседании методического объединения укрупненных групп специальностей 09.00.00 «Информатика и вычислительная техника»; 10.00.00 «Информационная безопасность» Протокол № 5 от 24.05.2021 г.

Рекомендовано к использованию в учебном процессе Методическим советом СМК, протокол № 5 от 27.05.2021.г.

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |
| --- |
| [***Лабораторная работа №1*** Отработка навыков в решении задач на замкнутость класса примитивно рекурсивных функций 4](#_Toc440288931)[**Лабораторная работа №2** Отработка навыков в решении задач с использованием оператора минимизации 6](#_Toc440288932)[***Лабораторная работа №3*** Отработка навыков в решении задач на частично рекурсивные, общерекурсивные функции 7](#_Toc440288933)[***Лабораторная работа №4*** Отработка навыков в решении задач с использованием Машины Тьюринга 9](#_Toc440288934)[**Лабораторная работа №5** Отработка навыков в решении задач на композицию машин Тьюринга 11](#_Toc440288935)[***Лабораторная работа №6*** Отработка навыков в решении задач на итерацию машины Тьюринга 13](#_Toc440288936)[***Лабораторная работа №7*** Отработка навыков в решении задач на разветвление машин Тьюринга 14](#_Toc440288937)[**Лабораторная работа №8** Отработка навыков в решении задач на построение машин Тьюринга 15](#_Toc440288938)[Список рекомендуемой литературы 16](#_Toc440288939) |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

# ***Лабораторная работа №1*** Отработка навыков в решении задач на замкнутость класса примитивно рекурсивных функций

Вступительная часть

Данная лабораторная работа посвящена закреплению определений операторов суперпозиции, примитивной рекурсии, уточнению интуитивного понятия алгоритма через частично рекурсивные функции, а также решению простейших задач арифметики целых неотрицательных чисел с использованием перечисленных операторов.

Решение задач с использованием примитивно рекурсивных функций

*Задача* 1.1. Применить схему примитивной рекурсии к функциям *g(x*) и *h(x, y, z)* по переменным *y* и *z*. Функцию *f(x,y*)=*R2(g,h*) записать в аналитической форме.

в) *g(x)=x, h(x, y, z)= x+z;*

г*) g(x)=x, h(x, y, z)= x+y.*

в) *Ответ*: f*(x,y)=x(y+*1).

г) *f*(*x,*0)=*g(x)=x*, *f(x, y)* = *h*(*x*, *y*-1, *f*(*x*,*y*-1))=*x* +*y* – sg *y*, где , например, *f* (7,9) = 15, *f* (6,0) = 6.

*Задача* 1.2. Доказать, что если функция *f(x1,x2,…,xn*) примитивно рекурсивна, то следующие функции примитивно рекурсивны:

а) *g3(x*1*, x*2*,…,x*n-1*)=f(x*1*, x*1*, x*2*,…,x*n-1) (отождествление аргументов);

б) *g4(x*1*, x*2*,…,x*n*, x*n+1*)=f(x*1*, x*2*,…, x*n*)* (введение фиктивного аргумента).

*Задача* 1.3. Доказать, что любая примитивно рекурсивная функция всюду определена на множестве целых неотрицательных чисел.

*Указание*. Утверждение следует из определения примитивно рекурсивной функции и того факта, что простейшие функции и всюду определены, а применение к ним операторов суперпозиции и примитивной рекурсии приводит снова к функциям, которые всюду определены.

*Задача* 1.4. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:

1.4.1. *f (x, y*) = *x*∸

1.4.2. 

Вопросы для защиты лабораторной работы

1. Привести интуитивное описание алгоритма и перечислить основные свойства алгоритма.
2. Какие функции называются эффективно вычислимыми?
3. Почему возникла необходимость уточнения интуитивного понятия алгоритма?
4. Перечислить простейшие вычислимые функции и указать их область определения.

# **Лабораторная работа №2** Отработка навыков в решении задач с использованием оператора минимизации

Данная лабораторная работа посвящена закреплению определений операторов суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации, уточнению интуитивного понятия алгоритма посредством частично рекурсивных функций, а также решению простейших задач арифметики целых неотрицательных чисел с использованием перечисленных операторов.

**Задачи**

1. Применить оператор минимизации к функциям f по переменной xi.

 1.1 f(x1, x2)= 

1.2 *f*(*x*1, *x*2)= *x*1 ∸ *x*2, *i*=1, 2.

 а) *μ x*1(*x*1 ∸ *x*2) = (*x*1+*x*2) sg *x*1, где 

 б) *μ x*2(*x*1 ∸ *x*2) = *x*1 - *x*2.

Вопросы для защиты лабораторной работы

1. Дать определение оператора суперпозиции функций в аналитической форме.
2. Является ли суперпозиция функций всюду определенной?
3. Как может быть вычислена суперпозиция функций?
4. Дать аналитическое определение схемы примитивной рекурсии.

# ***Лабораторная работа №3*** Отработка навыков в решении задач на частично рекурсивные, общерекурсивные функции

Вступительная часть

Данная лабораторная работа посвящена закреплению определений операторов суперпозиции, примитивной рекурсии, уточнению интуитивного понятия алгоритма через частично рекурсивные функции, а также решению простейших задач арифметики целых неотрицательных чисел с использованием перечисленных операторов.

**Задачи**

1. Доказать, что следующие функции частично рекурсивны:

 1.1. 

*Указание*. *f*(*x*, *y*) = *μ z*[|*x*-*zy*| = 0].

 1.2. 

*Указание*. *f*(*x*,*y*)=*μ z*[|*x*-*zy*|=0].

2. Доказать, что всякая примитивно рекурсивная функция общерекурсивна.

Действительно, поскольку всякая примитивно рекурсивная функция всюду определена и в ней не используется оператор минимизации, то она общерекурсивная. Обратное утверждение, вообще говоря, не верно, так как существуют общерекурсивные функции, например, λ(*x*), применение к которым оператора минимизации приводит к функции, не являющейся общерекурсивной.

Для уяснения утверждения 3.2 доказать, что следующие примитивно рекурсивные функции являются общерекурсивными.

2.1. *x*∸*y* = 

*Указание*. *x*∸0 *x* ∸ (*y*+1) = (*x*∸ *y*) ∸1.

2.2. |*x*-*y*|. *Указание*. |*x*-*y*|=(*x*∸*y*)+(*y*∸*x*) = *S*(*x*∸*y*, *y*∸*x*), где *S*-суперпозиция.

Вопросы для защиты лабораторной работы

1. Привести интуитивное описание алгоритма и перечислить основные свойства алгоритма.
2. Какие функции называются эффективно вычислимыми?
3. Почему возникла необходимость уточнения интуитивного понятия алгоритма?
4. Перечислить простейшие вычислимые функции и указать их область определения.
5. Дать определение (с записью на доске) оператора суперпозиции функций в аналитической форме.
6. Является ли суперпозиция функций всюду определенной?
7. Как может быть вычислена суперпозиция функций?

# ***Лабораторная работа №4*** Отработка навыков в решении задач с использованием Машины Тьюринга

Данная лабораторная работа посвящена приобретению первичных умений и навыков по использованию основных понятий машины Тьюринга и сочетаний машин Тьюринга к решению простейших арифметических задач, сводящихся к вычислению значений эффективно вычислимых функций.

**Задачи**

1. Выяснить, применима ли машина Тьюринга **Т**, задаваемая программой *Р*, к слову *u*. Если применима, то найти результат применения машины **Т** к слову *u*. Предполагается, что во внешнем алфавите *A*={∅,1}символ ∅ - пустой, а в алфавите состояний *Q*={*q*0, *q*1, *q*2, *q*3} *q*1 - начальное состояние, *q*0 – заключительное и в начальной конфигурации управляющая головка обозревает самую левую единицу на ленте, если не оговорено противное. Программу *Р* задать системой команд, таблицей и диаграммой переходов.

1.1  

1.2. 

а) *u* = 12∅12,

б) *u* = 13 ∅ 312.

*Замечание*. Если в программе машины нет команды вида для пары (*q*i, *a*), то машина прекращает работу, а результирующая конфигурация является заключительной.

2. Реализация на машине Тьюринга алгоритма перехода от числа n к n+1 в десятичной системе счисления. *А* ={а0 , 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, где *а0* – символ пустой клетки. Число *n* будем записывать в виде его цифр по одной в каждой клетке подряд без пропусков. Программа машины Тьюринга, реализующая алгоритм перехода от *n* к *n* + 1 в десятичной системе счисления, будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  АQ{q0} |  а0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  Q1 | 1q0S | 1q0S | 2q0S | 3q0S | 4q0S | 5q0S | 6q0S | 7q0S | 8q0S | 9q0S | 0q1l |

*n* = 39999999. Начальная конфигурация Q1 9

Нарисовать диаграмму переходов для данной машины и конфигурации машины Тьюринга.

Вопросы для защиты лабораторной работы

1. Какие алфавиты включает в себя машина Тьюринга?
2. Какие состояния выделяются особо во внутренней памяти?
3. Что еще входит в конструкцию машины Тьюринга?
4. Что понимается под конфигурацией машины Тьюринга?

# **Лабораторная работа №5** Отработка навыков в решении задач на композицию машин Тьюринга

Данная лабораторная работа посвящена приобретению первичных умений и навыков по использованию основных понятий машины Тьюринга и сочетаний машин Тьюринга к решению простейших арифметических задач, сводящихся к вычислению значений эффективно вычислимых функций.

Задачи

Задача 2. Построить композицию Т2°Т1 машин Тьюринга Т1 и Т2 по паре состояний (q10, q21), где q20- заключительное состояние машины Т2. Машины Т1 и Т2 заданы своими программами соответственно P1 и P2:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  А qi | 0 | 1 |  |  Аqi | 0 | 1 |
| Р1: | q11 | q12 0 r | q11 1 r |  Р2: | q21 | q22 0 l | q21 1 l |
|  | q12 | q13 0 r | q11 1 r |  | q22 | q23 0 r | q22 1 l |
|  | q13 | q14 1 l | q12 0 l |  | q23 | q20 0 l | q23 1 s |
|  | q14 | q15 1 s | q15 1 s |  | Q24 | q22 1 l | q21 1 l |
|  | q15 | q16 1 l | q14 1 r |  | Q25 | q23 0 r | q25 1r |
|  | q16 | q10 1 l | q12 0 l |  | Q26 | q20 0 l | q25 1 l |

Нарисовать диаграмму переходов для данной машины и конфигурации машины Тьюринга. u=12∅2 1 3∅12

Задача 2. Построить композицию Т2°Т1 машин Тьюринга Т1 и Т2 по паре состояний (q10, q21), где q20- заключительное состояние машины Т2. Машины Т1 и Т2 заданы своими программами соответственно P1 и P2:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  А qi | 0 | 1 |  |  Аqi | 0 | 1 |
| Р1: | q11 | q12 0 r | q11 1 r |  Р2: | q21 | q22 0 l | q21 1 l |
|  | q12 | q13 0 r | q11 1 r |  | q22 | q23 0 r | q22 1 l |
|  | q13 | q14 1 l | q12 0 l |  | q23 | q20 0 l | q23 1 s |
|  | q14 | q15 1 s | q15 1 s |  | Q24 | q22 1 l | q21 1 l |
|  | q15 | q16 1 l | q14 1 r |  | Q25 | q23 0 r | q25 1r |
|  | q16 | q10 1 l | q12 0 l |  | Q26 | q20 0 l | q25 1 l |

Нарисовать диаграмму переходов для данной машины и конфигурации машины Тьюринга. *u*=13∅ 13 ∅2 12

Вопросы для защиты лабораторной работы

1. Какие алфавиты включает в себя машина Тьюринга?
2. Какие состояния выделяются особо во внутренней памяти?
3. Что еще входит в конструкцию машины Тьюринга?
4. Что понимается под конфигурацией машины Тьюринга?
5. Что представляет собой программа машины Тьюринга? Какими способами ее можно задать?

# ***Лабораторная работа №6*** Отработка навыков в решении задач на итерацию машины Тьюринга

Данная лабораторная работа посвящена приобретению первичных умений и навыков по использованию основных понятий машины Тьюринга и сочетаний машин Тьюринга к решению простейших арифметических задач, сводящихся к вычислению значений эффективно вычислимых функций.

Задача 1. Найти результат применения итерации машины **Т** (по паре состояний (*q*0 , *qi*)) к слову *u* (заключительными состояниями являются *q*0 и ).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  *А* 1. *u*=100111011
2. *u*=110100101

*Q*\{*q*0}  | ∅ | 1 |
| *q*1 | ∅*r* | *Q*2∅*r* |
| *q*2*Р*: | ∅*r* | *Q*3∅*r* |
| *q*3 | *q*4∅*r* | *q*31*r* |
| *q*4 | *q*51*l* | *q*41*r* |
| *q*5 | *q*6∅*l* | *q*51*l* |
| *q*6 | *q*0∅*r* | *q*61*l* |

Продемонстровать работу этой программы

*Вопросы для защиты лабораторной работы*

1. Какие алфавиты включает в себя машина Тьюринга?
2. Какие состояния выделяются особо во внутренней памяти?
3. Что еще входит в конструкцию машины Тьюринга?
4. Что понимается под конфигурацией машины Тьюринга?
5. Что представляет собой программа машины Тьюринга? Какими способами ее можно задать?

# ***Лабораторная работа №7*** Отработка навыков в решении задач на разветвление машин Тьюринга

Данная лабораторная работа посвящена приобретению первичных умений и навыков по использованию основных понятий машины Тьюринга и сочетаний машин Тьюринга к решению простейших арифметических задач, сводящихся к вычислению значений эффективно вычислимых функций.

1. Найти результат применения машины  к слову *u* (*q*20 – заключительное состояние машины **Т**2, а *q*30 – заключительное состояние машины **Т**3).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  *А*  *q*1*j*  | ∅ | 1 |  |  *А* *q*2 *j* | ∅ | 1 |
|  *Р*1: | *q*11 | *q*12 ∅ *r* | *q*11 1 *r* |  *Р*2: | *q*21 | *q*22 ∅ *l* | *q*21 1*l* |
|  | *q*12 | ∅*l* | *q*13 1 *r* |  | *q*22 | *q*20 ∅ *r* | *q*22 1*l* |
|  | *q*13 | ∅*r* | *q*13 1 *r* |  |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  *А**q*3 *j* | ∅ | 1 |
| *P*3: | *q*31 | *q*32 ∅ *r* | *q*31 1 *r* |
|  | *q*32 |  *q*30 1*s* | *q*31 1 *r* |

а) 

б) 

Продемонстровать работу этой программы

*Вопросы для защиты лабораторной работы*

1. Какие алфавиты включает в себя машина Тьюринга?
2. Какие состояния выделяются особо во внутренней памяти?
3. Что еще входит в конструкцию машины Тьюринга?
4. Что понимается под конфигурацией машины Тьюринга?
5. Что представляет собой программа машины Тьюринга? Какими способами ее можно задать?

# **Лабораторная работа №8** Отработка навыков в решении задач на построение машин Тьюринга

Данная лабораторная работа посвящена приобретению первичных умений и навыков по использованию основных понятий машины Тьюринга и сочетаний машин Тьюринга к решению простейших арифметических задач, сводящихся к вычислению значений эффективно вычислимых функций.

**Задача 1.** Построить машину Тьюринга *T*3 с внешним алфавитом {,1}, которая вычисляет функцию *f* (*x*) = *x* +1.

**Задача 2.** Построить машину *T*4 , вычисляющую числовую функцию *f* (*x*, *y*) = *x* + *y*.

*Вопросы для защиты лабораторной работы*

1. Какие алфавиты включает в себя машина Тьюринга?
2. Какие состояния выделяются особо во внутренней памяти?
3. Что еще входит в конструкцию машины Тьюринга?
4. Что понимается под конфигурацией машины Тьюринга?
5. Что представляет собой программа машины Тьюринга? Какими способами ее можно задать?